Teză Doctorală

Proiectarea unui controler $\mathscr{L}1$ adaptiv robust pentru lansatorul VEGA

Doctorand

Ing. Naji Anees Muqdad Naji

Coordonator științific

Profesor Adrian-Mihail Stoica

Capitolul 1

Introducere

Motivație

Tehnicile tradiționale de control nu reușesc adesea să asigure performanțele necesare pentru platformele aerospațiale cu o dinamică atât de complexă. În ultimii ani, controlul adaptiv a devenit o soluție promițătoare. Controlerele adaptive reprezintă o clasă de sisteme capabile să își modifice parametrii interni în funcție de comportamentul sistemului și de perturbațiile întâlnite. Aceste controlere se ajustează autonom pentru a îndeplini obiectivele de performanță, chiar și în condiții de incertitudine sau variații ale dinamicii sistemului. Ceea ce diferențiază controlul adaptiv este mecanismul său de învățare, care actualizează comportamentul controlului pe baza cunoștințelor inițiale și a feedback-ului continuu din sistem. Aceste sisteme trebuie proiectate cu atenție pentru a menține performanța în ciuda unui nivel ridicat de incertitudine a modelului. Controlul adaptiv gestionează variațiile mari ale parametrilor sistemului prin actualizarea strategiei de control în timp real, în funcție de comportamentul observat și estimarea parametrilor [4].

Un alt avantaj al acestor metode de control adaptiv este posibilitatea de a diversifica misiunile de zbor și de a modifica masa utilă sau cantitatea de combustibil, reducând astfel costurile, sporind siguranța în zbor și îmbunătățind performanțele transportului spațial [2].

Toate aceste sisteme de lansare necesită algoritmi care să permită plasarea sarcinii utile pe orbită. De asemenea, reducerea efortului de GNC (Ghidare, Navigație și Control) necesar pe parcursul unei misiuni permite creșterea nivelului de automatizare a vehiculelor spațiale, lucru evidențiat și în misiunile ESA (Agenția Spațială Europeană) [3], subliniind importanța sistemului de control utilizat. Astfel, scopul acestei teze este studiul sistemelor de control aerodinamic pentru zborul lansatorului, utilizând atât tehnici de control liniare, cât și neliniare. Structura acestor sisteme de control este elaborată în conformitate cu specificațiile din [4], [5], unde se regăsește documentația privind sistemele de control și determinare a atitudinii (ADCS - Attitude Determination and Control Systems) pentru misiunile spațiale.

Obiective

Pentru atingerea scopului principal al acestei teze de doctorat, intitulată „Proiectarea unui controler $\mathscr{L}_1$ adaptiv robust pentru vehiculul de lansare VEGA”, se propun următoarele obiective, conform tabelului de lucru:

Simbol	Obiectiv
A	Studiul și dezvoltarea modelului lansatorului VEGA (model, capacitate de sarcină utilă, profil și specificații).
C	Stabilirea cerințelor privind stabilitatea sistemului (specificații cheie de proiectare, îmbunătățiri majore).
G	Studiul avantajelor aduse de controlerul $\mathscr{L}_1$ adaptiv robust și modul de proiectare a acestuia.
I	Analiza efectului normei $\mathscr{L}_1$ prin utilizarea unui filtru de ordinul întâi (C_1) și a unuia de ordinul trei (C_2).

K	Validarea robusteței în fața incertitudinilor de modelare pentru lansatorul rigid, folosind un controler $\mathscr{L}_1$ cu întârziere și actuator.
L	Validarea robusteței pentru lansatorul flexibil, utilizând controlerul $\mathscr{L}_1$, cu și fără filtru Butterworth.
M	Evaluarea robusteței și stabilizării modurilor flexibile pentru lansatorul VEGA, prin studierea efectelor asupra răspunsului în unghiul de tangaj, pentru sarcini utile de 300, 500 și 700 kg, folosind filtrele C_1 și C_2.
N	Analiza comportamentului încărcărilor aerodinamice în condiții nominale, cu vânt și incertitudine.
O	Studiul răspunsului în tangaj în cazul modelelor rigide și flexibile, cu și fără filtru Butterworth.
P	Demonstrerea stabilității dinamice, a controlului eficient și a limitării incertitudinii folosind controlul $\mathscr{L}_1$, prin analiza simulărilor Monte Carlo pentru tangaj, girație, ruliu și unghiul de atac, în modelele rigide și flexibile.
Q	Analiza comportamentului semnalului de control $\delta(t)$ în cazurile rigide și flexibile, sub acțiunea controlerului $\mathscr{L}_1$.
S	Studiul efectului minimizării normei $\mathscr{L}_1$ asupra unghiului de tangaj, vitezei laterale și unghiului de atac, în ambele scenarii – corp rigid și corp flexibil.

Organizarea Tezei

Teza de față își propune să valideze legile de control în multiple scenarii: corp rigid, corp flexibil, întârzieri ale actuatorului, robustețe față de incertitudini de modelare, influența vântului, sarcina aerodinamică ($Q\alpha$), derive laterale și structuri diferite ale filtrului C(s).
Structura tezei este următoarea:

- **Capitolul 2** prezintă modelul matematic al dinamicii lansatorului, atât pentru corpul rigid, cât și pentru corpul flexibil, în contextul controlului tradițional și al controlului adaptiv $\mathscr{L}_1$, descriind modelul neliniar general, modelul liniarizat pentru cazul rigid și modelul pentru modurile flexibile.
- **Capitolul 3** descrie controlul $\mathscr{L}_1$ adaptiv robust al lansatorului Vega, incluzând rezultatele teoretice generale și arhitectura sistemelor de control pentru mișcările de tangaj și girație.
- **Capitolul 4** tratează verificarea și validarea legilor de control $\mathscr{L}_1$ adaptiv robust în următoarele cazuri: corp rigid, moduri flexibile, întârzieri de actuator, analiză a robusteții, sarcini aerodinamice și influența perturbațiilor atmosferice asupra performanței sistemului de control adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru TVC.
- **Capitolul 5** abordează optimizarea performanței robuste și prezintă procedura teoretică pentru filtrele C(s) de ordinul întâi și al doilea, incluzând definiții preliminare și rezultatele referitoare la norma $\mathscr{L}_1$, formularea problemei de optimizare și derivarea condițiilor de limitare pentru controlerul adaptiv. Capitolul se încheie cu observații finale.
- **Capitolul 6** cuprinde concluziile generale ale lucrării.

Capitolul 2

Modelul Matematic al Dinamicii Lansatorului

Vehiculul de Lansare Vega

În această teză, am ales vehiculul de lansare Vega ca exemplu de studiu (vezi Figura 1), deoarece racheta Vega a fost dezvoltată în cadrul unei inițiative europene coordonate de ESA (Agenția Spațială Europeană). Acest lansator compact, rezultat al colaborării dintre ESA și contractorul principal ELV/AVIO, reprezintă soluția modernă a Europei pentru lansarea sarcinilor utile de mici dimensiuni. De la prima sa misiune reușită din 13 februarie 2012, Vega a finalizat cu succes douăsprezece zboruri.

Racheta are un design unitar, compus din trei trepte cu combustibil solid și o ultimă treaptă cu combustibil lichid, destinată efectuării corecțiilor orbitale precise și plasării eficiente a sarcinilor utile. Spre deosebire de multe alte lansatoare de mici dimensiuni, Vega are capacitatea unică de a plasa mai mulți sateliți pe orbită într-o singură misiune.

Așa cum este ilustrat în Figura 1, dinamica zborului pentru lansatorul Vega poate fi împărțită în două faze principale: zborul în atmosferă joasă și zborul în afara atmosferei. Deoarece condițiile atmosferice – cum ar fi temperatura, presiunea și densitatea aerului – influențează direct performanța rachetei în faza inițială a zborului, modelarea precisă a acestor factori este esențială. În sprijinul acestui obiectiv, au fost dezvoltate diferite modele atmosferice dedicate proiectării vehiculelor de lansare și optimizării traiectoriei.

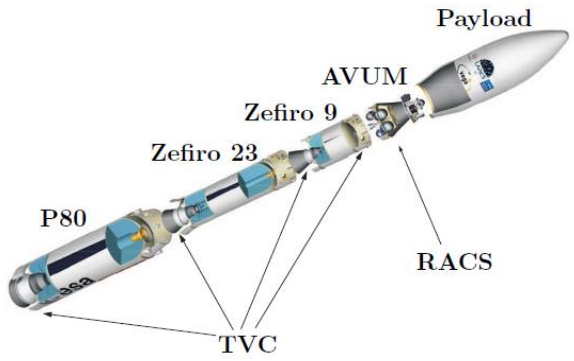


Fig. 1. Modelul vehiculului de lansare

Capabilitățile vehiculului de lansare VEGA

Vehiculul de lansare VEGA este proiectat pentru a plasa pe orbită sateliți de mici dimensiuni. Configurația sa în patru trepte include trei trepte cu combustibil solid și o a patra treaptă cu propulsie lichidă reactivabilă. Lansatorul poate transporta o sarcină utilă standard de 1.500 kg către o orbită circulară heliosincronă (SSO) la 700 km altitudine.

Modelul matematic al vehiculului de lansare

Pentru a construi un model simplificat al vehiculului de lansare, se ia în considerare ecuația mișcării de tangaj:

$$\ddot{\theta} = a_6\alpha - k_1 \sin(\delta) \quad (1)$$

Acest model este construit sub ipoteza absenței derivei sau a vântului și, având în vedere că unghiurile sunt foarte mici, se poate considera că unghiul de atac (α) este aproximativ egal cu unghiul de tangaj (θ):

$$\ddot{\theta} = a_6\theta - k_1 \sin(\delta) \quad (2)$$

Însă, atunci când se introduc deriva și vântul, relația devine:

$$\alpha = \theta + \frac{\dot{z}}{V} - \alpha_\omega \quad (3)$$

unde: α_ω**:** este unghiul de atac generat de vânt, V: este viteza vehiculului de lansare,

$\dot{z}$: reprezintă viteza laterală (deriva laterală).

După aceste modificări, ecuațiile de mișcare (EOM) devin:

$$\ddot{\theta} = a_6\alpha - k_1(\delta)$$
$$\ddot{z} = -\frac{L_\alpha}{m}.\alpha - \frac{T}{m}.\delta - (\frac{T-D}{m})\theta \quad (4)$$
$$\alpha = \theta + \frac{\dot{z}}{V} - \alpha_\omega$$

Ecuație de mișcare în formă de spațiu de stare, așa cum apare în relația (5):

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \ddot{\theta}\\ \ddot{z}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ a_6 & 0 & \frac{a_6}{V}\\ -a_1 & 0 & -a_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ \dot{\theta}\\ \dot{z}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ a_6 & -k_1\\ a_6.\mathrm{V} & -a_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_w\\ \delta\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}\theta\\ \dot{\theta}\\ \dot{z}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ \dot{\theta}\\ \dot{z}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_w\\ \delta\end{bmatrix} \quad (5)$$

Ecuațiile de stare:

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t)$$
$$y(t) = \mathrm{C}.x(t) + D.u(t) \quad (6)$$

unde: $A = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ a_6 & 0 & \frac{a_6}{V}\\ -a_1 & 0 & -a_2\end{bmatrix}$, B= $\begin{bmatrix}0 & 0\\ -a_6 & -k_1\\ a_2 * v & -a_3\end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & \frac{1}{v}\end{bmatrix}$, D= $\begin{bmatrix}0 & 0\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

Capitolul 3

Controler adaptiv $\mathscr{L}_1$

Control adaptiv: Aceasta este o strategie de control în care controlerul își modifică dinamic comportamentul pentru a face față sistemelor cu parametri incerti sau care variază în timp (Cao et al., 2012). De exemplu, masa unui avion scade continuu pe măsură ce combustibilul este consumat în timpul zborului, ceea ce impune sistemului de control să se adapteze în timp real la aceste modificări. Spre deosebire de controlul robust, care se bazează pe limite prestabilite ale incertitudinilor, controlul adaptiv actualizează continuu legea de control fără a necesita cunoașterea prealabilă a acestor limite (Clarke, 1986). Un tip specific de control adaptiv, controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$, a câștigat importanță în aplicațiile aerospațiale datorită adaptării rapide, robusteții ridicate și performanței superioare comparativ cu metodele tradiționale de Control Adaptiv cu Referință de Model (MRAC) [22]. Deși inițial a fost dezvoltat pentru sisteme cu feedback complet al stării, termenul $\mathscr{L}_1$ a fost ulterior extins pentru a descrie o categorie mai largă de sisteme de control [27].

Avantajele principale ale controlului adaptiv $\mathscr{L}_1$:

- Adaptare rapidă cu convergență și fiabilitate garantate.
- Independență între procesul de învățare al sistemului și capacitatea sa de a face față incertitudinilor sau perturbațiilor.
- Comportament sistematic constant pe termen scurt, fără a se baza pe semnale de intrare persistente, comutarea controlerului sau reglarea variabilă a câștigului.
- Stabilitatea sistemului este asigurată chiar și în prezența unor întârzieri specifice în bucla de control.
- Performanța sistemului este limitată doar de capacitățile fizice ale hardware-ului, nu de strategia de control.
- Potrivit pentru dezvoltarea unor metode riguroase de analiză și certificare a comportamentului sistemelor cu feedback.
- Răspunsuri proporționale și consistente pe termen scurt, care variază în funcție de:
    1. Starea inițială a sistemului;
    2. Magnitudinea incertitudinii din sistem;
    3. Semnalul țintă sau comanda pe care sistemul trebuie să o urmeze.

Răspunsul la treaptă al sistemului TVC Vega cu control adaptiv $\mathscr{L}_1$
Figura 2 prezintă arhitectura vehiculului de lansare cu controler adaptiv $\mathscr{L}_1$, incluzând cele două filtre: $C_1(s)$ (de ordinul întâi) și $C_2(s)$ (de ordinul trei), vezi Figura 2.

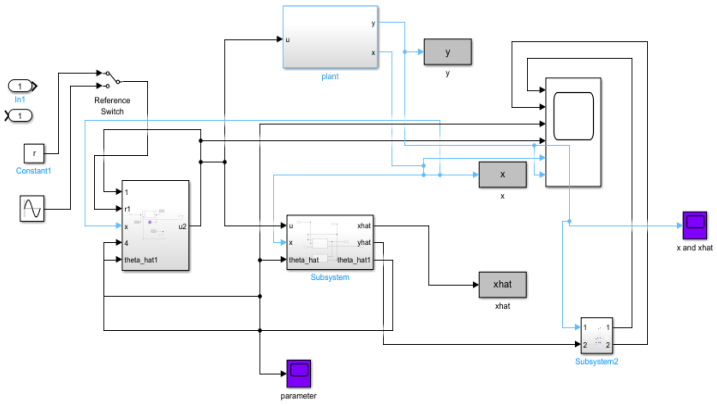
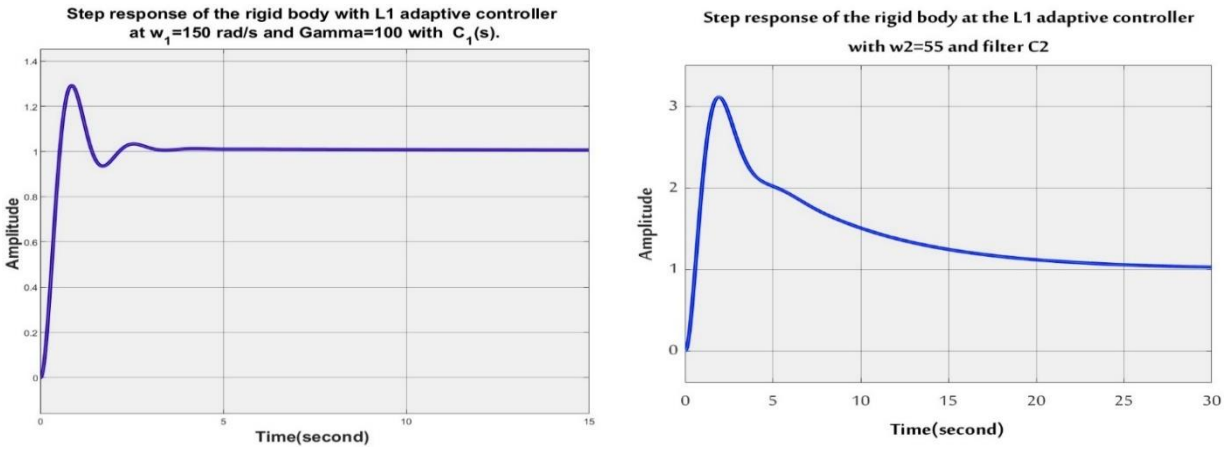


Fig. 2. Diagrama bloc a sistemului TVC al lansatorului Vega utilizând filtrele $C_1(s)$ și $C_2(s)$

Răspunsul unghiului θ al sistemului TVC Vega cu control adaptiv $\mathscr{L}_1$ când ω_1= 150 rad/s, $C_1(s) = \frac{150}{s+150}$ și ω_2 = 55 rad/s, $C_2(s) = \frac{3*55^2s+55^3}{(s+55)^3}$, t =30 m, și theta= [-0.2; 0; 0.3]. Figura 3 prezintă răspunsurile la treaptă ale sistemului TVC Vega cu control adaptiv $\mathscr{L}_1$ în următoarele condiții: (a) ω_1=150 rad/s, $C_1(s) = \frac{150}{s+150}$ și (b) ω_2 = 55 rad/s, $C_2(s) = \frac{3*55^2s+55^3}{(s+55)^3}$, la valoarea inițială a lui θ = [-0.2; 0; 0.3].



(a) Răspunsul unghiului θ pentru ω_1 (b) Răspunsul unghiului θ pentru ω_2

Fig. 3. Răspunsul la treaptă al sistemului TVC al lansatorului Vega și filtrele $C_1(s)$ și $C_2(s)$

În Figura 3a se observă că răspunsul sistemului pentru arhitectura control adaptiv $\mathscr{L}_1$ cu $C_1(s) = \frac{150}{s+150}$ și θ = [-0.2; 0; 0.3] (vezi [62]) prezintă performanțe mult mai bune în comparație cu Figura 3b, unde este utilizat filtrul $C_2(s) = \frac{3*55^2s+55^3}{(s+55)^3}$, atât din punct de vedere al depășirii (overshoot-ului), cât și al timpului de răspuns (rise time). Rezultatele simulării au demonstrat că îmbunătățirea câștigului adaptiv a condus la performanțe vizibil mai bune și a contribuit la prevenirea pierderii vehiculului în condiții de operare normale și critice. Controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ a depășit constant controlerul clasic PD în ceea ce privește calitatea răspunsului și a oferit garanții solide privind stabilitatea sistemului.

Capitolul 4

Validarea robusteții în ceea ce privește incertitudinile de modelare pentru lansatorul rigid și flexibil utilizând controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$

Scopul capitolului patru este validarea legii de control pentru diferite scenarii: cazul corpului rigid, cazul flexibil, întârzierile actuatorului, robustețea în raport cu incertitudinile de modelare, influența vântului, sarcina de presiune dinamică (Qα), deriva laterală și diferitele structuri ale filtrului C(s). Acest capitol examinează arhitectura controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru a compensa incertitudinile de modelare, inclusiv dinamica flexibilă, și evaluează proprietățile de robustețe oferite de un controler controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ al sistemului TVC în prezența efectelor flexibile. În ultimii ani, a existat un interes semnificativ pentru metodologiile de proiectare adaptivă ale sistemelor TVC pentru vehiculele de lansare. Atractivitatea acestor tehnici constă în potențialul lor de a reduce costurile misiunilor [6]. Printre numeroasele lucrări recente pe această temă, câteva notabile includ [2], [3] și [6]. O metodă de proiectare a controlului adaptiv a fost dezvoltată în [12], bazată pe minimizarea normei $\mathscr{L}1$, având ca scop îmbunătățirea marjelor de stabilitate ale sistemului controlat. În lucrarea [14], folosind un model de proiectare al corpului rigid, s-a demonstrat că controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ aplicat sistemului TVC al lansatorului european Vega îmbunătățește semnificativ robustețea și performanța în stabilitate comparativ cu un controler PD clasic [38]. Totuși, o analiză mai realistă a performanței controlerului controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ necesită luarea în considerare a influenței modurilor structurale flexibile, care pot reduce semnificativ marjele de stabilitate ale vehiculului. Prin urmare, acest capitol are ca scop evaluarea proprietăților de robustețe oferite de controlerul controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ al sistemului TVC în prezența efectelor flexibile.

Modelul matematic al întârzierii și al actuatorului

Dinamica actuatorului este descrisă de o ecuație de funcție de transfer de ordinul al doilea:

$$H_{act}(s) = \frac{120}{s^2 + 168s + 120^2} \tag{7}$$

The time delay equation:

$$H_{del}(s) = \frac{2 - \tau(s)}{2 + \tau(s)} \tag{8}$$

Figura 4 prezintă o diagramă bloc care include actuatoare cu dinamică și întârziere, conectate la planta unui vehicul de lansare rigid.

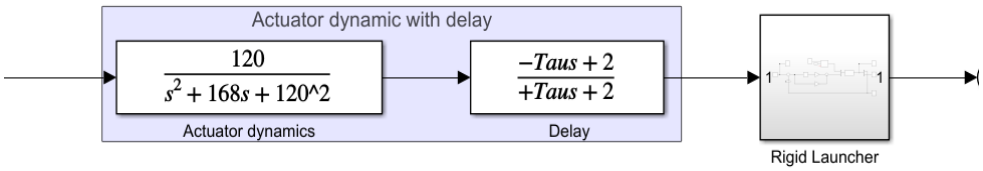


Fig. 4. Dinamica actuatorului cu întârziere împreună cu planta unui vehicul de lansare rigid

Tabelul 1 prezintă funcțiile de transfer ale filtrelor $C_1(s)$ și $C_2(s)$, precum și valorile constantei de timp și ale lui Gamma. La configurația controlerului controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ s-au adăugat două

tipuri de filtre C(s), cu scopul de a reduce efectele perturbațiilor și de a îmbunătăți robustețea sistemului în buclă închisă.
Tabelul 1. Funcțiile de transfer ale filtrelor $C_1(s)$ și $C_2(s)$ și valorile constantei de timp și ale lui Gamma

Filtru $C_1(s)$	Filtru $C_2(s)$	Constantă de timp (τ) (secundă)	Gamma
		0.005	10
$\frac{\omega_{c1}}{s+\omega_{c1}}$	$[7500]\frac{(s+\frac{\omega_{c2}}{3})}{(s+\omega_{c2})^3}$	0.015	100
		0.050	1000
		0.100	

Robustețea corpului rigid cu controler adaptiv $\mathscr{L}_1$ și controler clasic PD De ce este necesar controlul robust?

Comportamentul sistemului sub controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ a fost comparat cu cel al unui controler convențional. Controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ oferă o reziliență ridicată față de incertitudinile modelului, zgomotul de măsurare și perturbațiile externe. Totuși, astfel de perturbații pot reprezenta în continuare un risc pentru stabilitatea sistemului. Obținerea unei performanțe optime implică, adesea, un compromis între performanță și robustețe. În cazul vehiculelor de lansare, parametrii esențiali precum masa, forța de propulsie și caracteristicile aerodinamice se modifică continuu în timp.

Incertitudinea corpului rigid al vehiculului de lansare

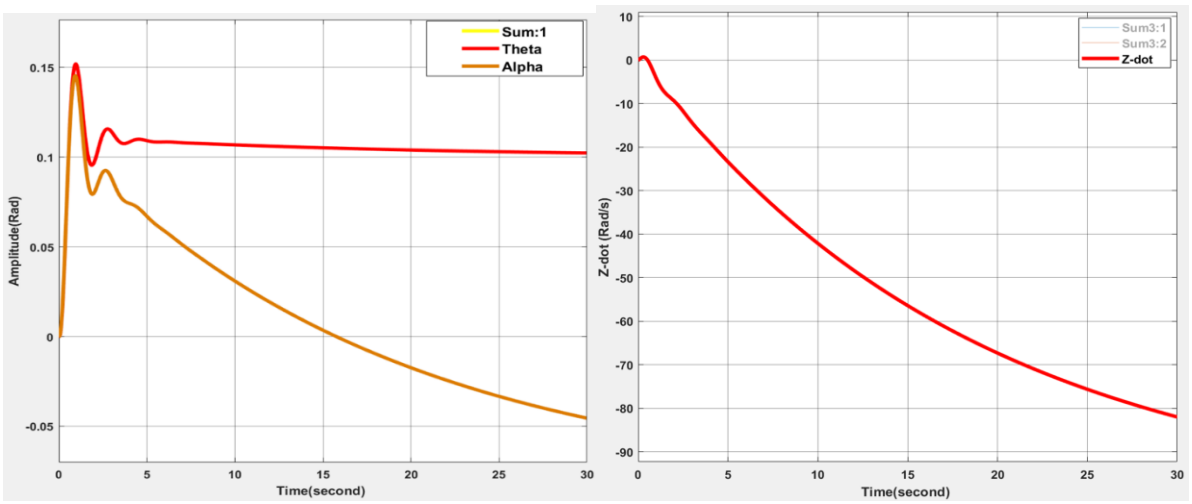
Tabelul 2 cuprinde intervalul de incertitudine al parametrilor nominali ai corpului rigid al vehiculului Vega, în zona de presiune dinamică maximă. Acesta include valorile parametrilor nominali, parametrii nominali cu o creștere de (10%, 15%, 20%) și parametrii nominali cu o scădere de (10%, 15%, 20%).

Tabelul 2. Parametrii maximizați și minimizați ai vehiculului de lansare Vega

Parametri	Nominali	10% Cu minimizare	10% Cu maximizare	15% Cu minimizare	15% Cu maximizare	20% Cu minimizare	20% Cu maximizare
$\mathbf{a_1}$	37.87	41.657	34.083	43.5505	32.1895	45.4440	30.2960
$\mathbf{a_2}$	0.02737	0.030107	0.024633	0.0314755	0.0232645	0.0328	0.0219
$\mathbf{a_3}$	25.54	28.094	22.986	29.371	21.709	30.6480	20.4320
$\mathbf{a_6}$	3.2297	3.55267	2.90673	3.714155	2.745245	3.8756	2.5838
$\mathbf{k_1}$	7.0738	7.78118	6.36642	8.13487	6.01273	8.4840	5.6560

Răspunsurile vehiculului de lansare rigid cu filtrele C1(s) și C2(s), cu control adaptiv $\mathscr{L}1$

Răspunsurile theta, alfa și viteza laterală cu filtrul $C_1(s)$, fără actuator și întârziere, în cazul valorilor nominale ω_{C_1} = 30 rad/sec, α_w =0.025 rad și r-referință = 0,1



(a) Răspunsurile pentru theta și alpha (rad) (b) Viteza laterală (m/s)

Fig. 5. Răspunsurile pentru theta, alpha și viteza laterală cu filtrul $C_1(s)$

În figurile 5a și 5b, graficul arată că, în condiții nominale, controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ cu filtrul $C_1(s)$ (cu frecvență de tăiere de 30 rad/s) oferă un răspuns robust și stabil, urmărire rapidă și precisă a unghiului de tangaj (θ), o scădere lină a unghiului de atac (α), fără instabilitate în viteza laterală și fără degradare cauzată de actuator sau întârziere.

Modelul de proiectare al vehiculului de lansare cu moduri flexible

Structura utilizată pentru a include modurile elastice în următorul model a fost propusă de [3] și este reprezentată în Fig. 6, unde K este sistemul de control, $H_{rigid}(s)$ indică funcția de transfer a dinamicii vehiculului de lansare aproximată ca un corp rigid, iar $H_{flex}(s)$ aproximează efectul modurilor flexibile, iar d reprezintă intrarea de perturbații în sistem [63].

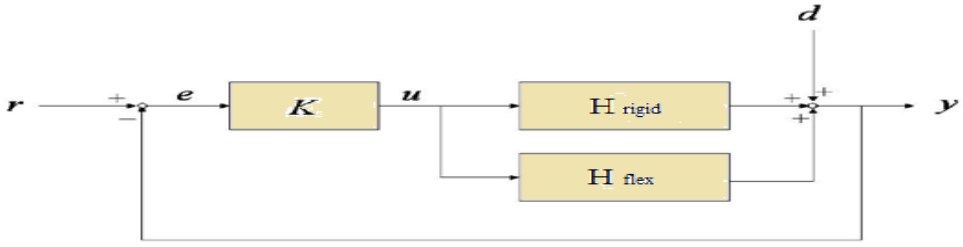


Fig. 6. Schema bloc a corpului rigid și a modurilor flexibile

Din figura 6, $H_{flex}(s)$ poate fi aproximată ca $H_{flex}(s) = \int_{j=1}^{3} H_j(s)$ în care:

$$H_j(s) = \frac{k_j}{s^2 + 2\zeta_j \omega_{n_j} s + {\omega_{n_j}}^2} \tag{9}$$

Unde j = 1, 2, 3 reprezintă indicele modului elastic, iar k_j, ζ_j și ω_{n_j} sunt, respectiv, câștigul, coeficientul de amortizare și pulsația naturală a modului flexibil. Pentru a analiza robustețea sistemelor de control atunci când vehiculul de lansare este considerat un corp flexibil, sunt luate

în considerare următoarele cazuri, corespunzătoare la trei mase utile diferite, câștiguri, coeficienți de amortizare și frecvențe proprii ale modurilor flexibile. Valorile numerice corespunzătoare coeficienților din funcția de transfer anterioară care modelează modurile flexibile sunt prezentate mai jos [64]:
Cazul 1: sarcină utilă = 300 kg, k_1 = 6.74, ω_{n1}= 27.08 rad/sec, ω_{n2}= 60.06 rad/sec și ω_{n3}= 82.14 rad/sec

Cazul 2: sarcină utilă = 500 kg, k_2 = 6.55, ω_{n1}= 20.98 rad/sec, ω_{n2}= 46.52 rad/sec și ω_{n3} = 63.63 rad/sec

Cazul 3: sarcină utilă = 700 kg, k_3 = 6.35, ω_{n1}= 17.73 rad/sec, ω_{n2}= 39.32 rad/sec și ω_{n3} = 53.77 rad/sec

Pentru toate modurile flexibile a fost considerat un factor de amortizare de ξ **= 0.008**.

Diagrama bloc a modurilor flexibile pentru cele trei frecvențe corespunzătoare unei sarcini utile de 300 kg este reprezentată prin funcțiile de transfer. Utilizând aceeași metodă, aceasta este validată și pentru sarcini utile de 500 kg și 700 kg, respectiv

Proiectarea unui controler adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru lansatorul Vega în prezența modurilor flexibile folosind filtrul Butterworth pentru trei mase utile (300, 500, 700 kg)

Metodologia de proiectare a controlului adaptiv $\mathscr{L}_1$ este prezentată în [12]. Scopul acesteia este de a îmbunătăți proprietățile de robustețe în cazul adaptării rapide. Din acest motiv, aplicații în aviație au fost dezvoltate anterior în lucrări precum [9], [12] și [15]. Soluția teoretică propusă în [12] include în arhitectura adaptivă unele filtre trece-jos C(s) care respectă condiția C(0) = 1. Se demonstrează că dacă $\|H(s)(1-C(s))\|_{\mathcal{L}_1} < 1/L$, unde H(s) corespunde modelului de referință, atunci stabilitatea robustă a sistemului în buclă închisă este garantată pentru toți parametrii θ ai sistemului controlat care respectă condiția $\|\theta\|_1 < L$. Pe baza acestor rezultate teoretice, în cele ce urmează este prezentată o lege de control adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru sistemul TVC al lansatorului european Vega. Figura 7 explică diagrama bloc a lansatorului Vega utilizând controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ cu adăugarea unui filtru Butterworth, introdus pentru a atenua efectele modurilor flexibile.

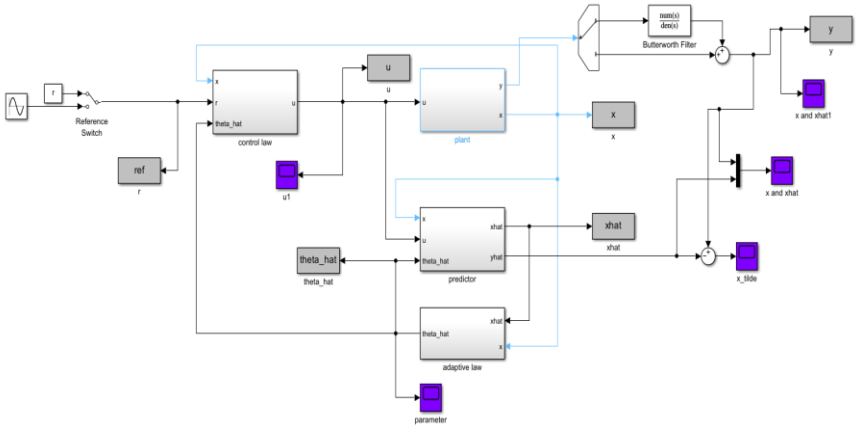


Fig. 7. Schema bloc a lansatorului Vega utilizând controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ în cazul unui mod flexibil și cu adăugarea unui filtru Butterworth pentru o sarcină utilă de 300 kg

S-a adăugat în configurația controlerului controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ două tipuri de filtre C(s), cu scopul de a reduce efectul perturbațiilor și de a îmbunătăți robustețea sistemului în buclă închisă față de incertitudinile parametrice; primul este un filtru de ordinul întâi cu funcția de transfer

$C_1(s) = \frac{\omega_{c1}}{s+\omega_{c1}}$, iar al doilea este un filtru de ordinul al treilea de forma $C_2(s) = \frac{(3\,{\omega_{c2}}^2 s+{\omega_{c2}}^3)}{(s+\omega_{c2})^3}$ așa cum este sugerat în [12]. Următorul pas în aplicarea controlului controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ constă în minimizarea normei $\mathscr{L}_1$ a expresiei $H(s)(1-C(s))$ pentru cele două filtre $C_1(s)$ și $C_2(s)$. Pentru minimizarea normei $\mathscr{L}_1$ se pot folosi, de exemplu, rezultatele prezentate în Anexa C din [12], care presupun rezolvarea unui sistem specific de inegalități matriciale liniare (LMI-uri). Deoarece această metodă poate oferi rezultate conservatoare, o soluție alternativă poate fi obținută utilizând procedura numerică descrisă în [16], bazată pe rezultatele teoretice dezvoltate în [17].

Aplicând această ultimă procedură, s-a constatat că pentru ω_{c1}= 45 rad/sec și pentru ω_{c2}= 85 rad/sec, condiția $\|H(s)(1-C(s))\|_{\mathcal{L}_1} L < 1$ este îndeplinită. În continuare, folosind configurația din Figura 7, s-au determinat răspunsurile pentru unghiul theta, unghiul de atac alpha și viteza laterală atunci când racheta a fost utilizată pentru o sarcină utilă de 300 kg.

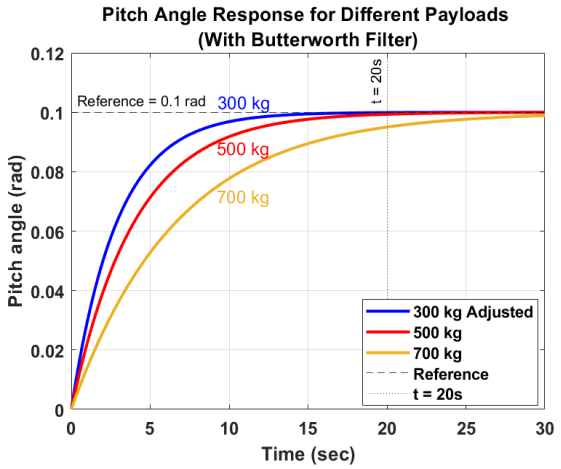


Fig. 8. Răspunsul de înclinare cu filtrul C1(s)

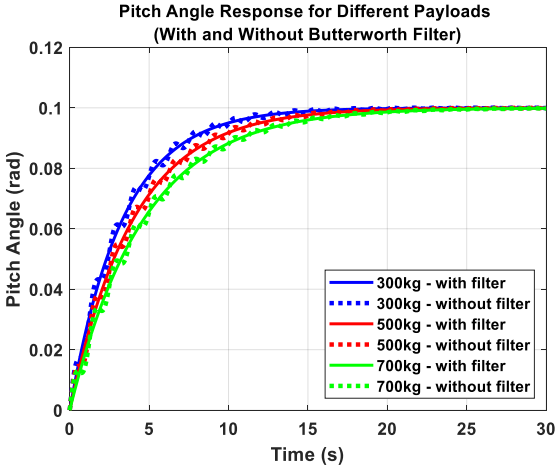


Fig. 9. Răspunsul de înclinare cu filtrul C1(s)

În Figurile 8 și 9 sunt prezentate răspunsurile unghiului de tangaj al vehiculului de lansare atunci când se utilizează filtrul $C_1(s)$ în configurația controlului adaptiv, pentru trei sarcini utile diferite: 300 kg, 500 kg și 700 kg, respectiv. Amplitudinea acestor grafice este de 0,1 rad, iar vehiculul rămâne stabil chiar și în cazul unor variații mari ale sarcinii utile, însă se observă ușoare întârzieri în timpul de răspuns pentru sarcinile utile de 500 kg și 700 kg.

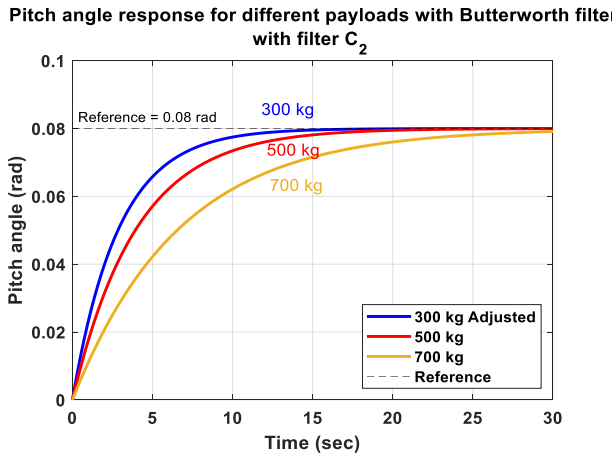


Fig. 10. Răspunsul de tangaj cu filtrul $C_2(s)$

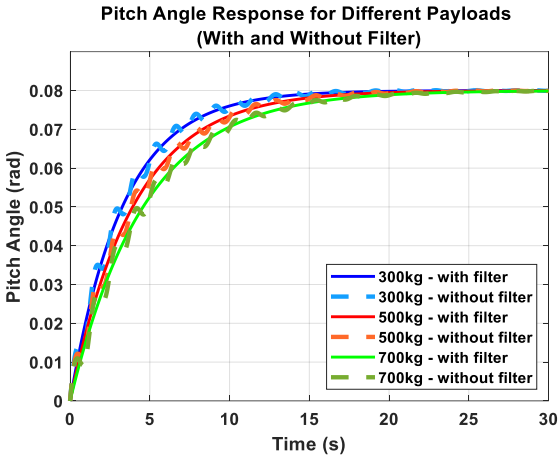


Fig. 11. Răspunsul de tangaj cu filtrul $C_2(s)$

În Figurile 10 și 11 sunt prezentate răspunsurile unghiului de tangaj al vehiculului de lansare atunci când se utilizează filtrul $C_2(s)$ în configurația controlului adaptiv, pentru trei sarcini utile diferite: 300 kg, 500 kg și 700 kg, respectiv. Amplitudinea acestor grafice este de 0,08 rad, iar vehiculul rămâne stabil chiar și în cazul unor variații mari ale sarcinii utile, însă se observă ușoare întârzieri în performanțele timpului de răspuns pentru sarcinile utile de 500 kg și 700 kg.

Validarea robusteții în ceea ce privește incertitudinile de modelare pentru vehiculul de lansare flexibil utilizând un controler adaptiv $\mathscr{L}_1$ cu și fără filtru Butterworth

Folosind variații ale valorilor nominale de(+25% și -25%). Pentru a asigura robustețea legii de control, vom verifica dacă există perturbații în elementele parametrilor vehiculului Vega. Astfel, vom valida robustețea în ceea ce privește incertitudinile de modelare pentru vehiculul de lansare flexibil cu un controler adaptiv $\mathscr{L}_1$. Acest lucru ne va permite să studiem răspunsurile dinamice ale vehiculului de lansare Vega, inclusiv unghiurile de tangaj și theta, precum și viteza laterală, folosind trei sarcini utile (300, 500, 700) kg pentru a analiza toate scenariile așteptate în teză.

Răspunsul unghiului theta cu sarcini utile (300, 500, 700) kg, cu +25% variație a parametrilor, filtrul $C_1(s)$

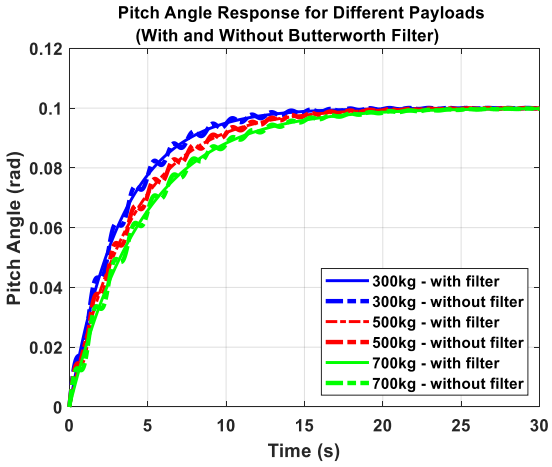


Fig. 12. Filtru de răspuns theta C1(s) cu încărcături utile (300, 500 și 700) kg, la parametri +25%.

Din figura 12 se poate concluziona că controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ menține stabilitatea vehiculului pentru un interval larg de mase ale sarcinii utile (chiar și în prezența modurilor flexibile) și arată că, în condiții de incertitudini, controlerul $\mathscr{L}_1$ stabilizează cu succes dinamica tangajului. Amplitudinea răspunsurilor pentru aceste sarcini utile este de 0,1 rad, iar vehiculul rămâne stabil chiar și în cazul unor variații mari ale masei sarcinii utile, însă se observă întârzieri ușoare în timpul de răspuns pentru sarcinile utile de 500 kg și 700 kg.

Răspunsul theta cu sarcini utile (300, 500, 700) kg, cu -25% din parametri, C1(s)

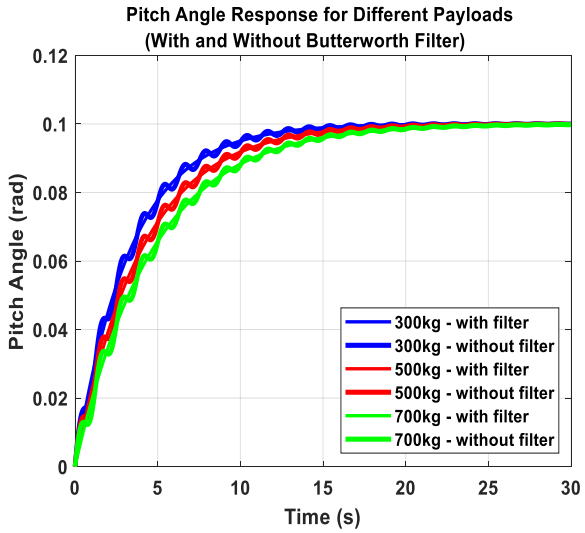


Fig. 13. Răspunsul theta în mod flexibil, cu filtrul C1(s) cu diferite sarcini utile

Răspunsul Theta cu o sarcină utilă (300, 500, 700) kg, cu +25% din parametri, C2(s)

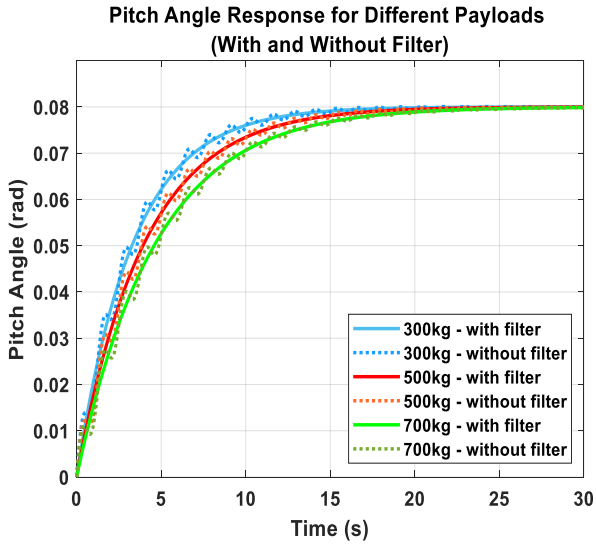


Fig.14. Răspunsul theta în mod flexibil cu filtrul C2(s) cu diferite sarcini utile

Răspunsul theta cu sarcini utile (300, 500, 700) kg, cu -25% din parametri, C2(s)

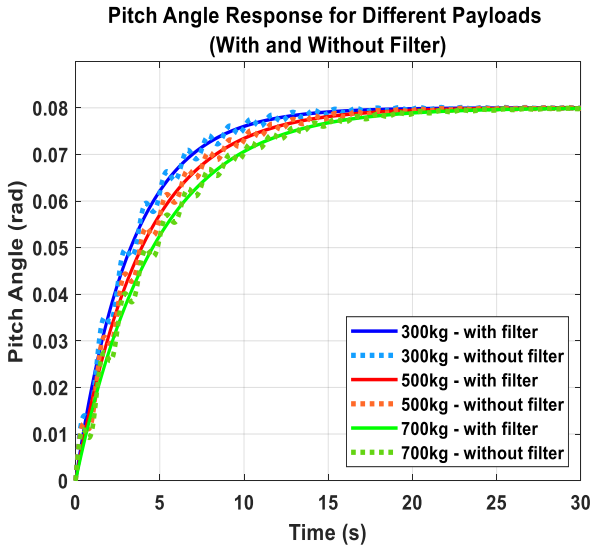


Fig. 15. Răspunsul Theta cu filtru Butterworth pentru mod flexibil cu control adaptiv $\mathscr{L}_1$, cu filtrul C2(s) cu trei sarcini utile (300, 500 și 700) kg, la parametri -25%

Din figura 15 se poate concluziona că controlerul adaptiv $\mathscr{L}_1$ menține stabilitatea vehiculului pentru un interval larg de mase ale sarcinii utile (inclusiv în prezența modurilor flexibile) și demonstrează că, în condiții de incertitudine, controlerul $\mathscr{L}_1$ stabilizează cu succes dinamica tangajului. Amplitudinea răspunsurilor pentru aceste sarcini utile este de 0,08 rad, iar vehiculul rămâne stabil chiar și în cazul unor variații semnificative ale masei sarcinii utile, însă există întârzieri ușoare în timpul de răspuns pentru sarcinile de 500 kg și 700 kg.

Analiza sarcinii aerodinamice

Vântul influențează semnificativ forțele aerodinamice totale care acționează asupra vehiculului, devenind astfel un factor esențial în determinarea comportamentului sistemului. Drept urmare, toate condițiile de caz extrem sunt în mare măsură influențate de condițiile de vânt [47]. O analiză a sarcinii aerodinamice este realizată prin determinarea produsului Qα, unde $Q = 1/2\ \rho v^2$ reprezintă presiunea dinamică, în funcție de densitatea aerului ρ și viteza vehiculului v, iar α este unghiul de atac al acestuia.

Tabelul 3 Date privind proprietățile zborului la altitudinea de 40.000 m

Potențial geografic Altitudine deasupra nivelului mării-h(m)	**Temperatură (T), (c°)**	**Accelerația gravitațională (g) (m/s^2)**	**Presiune absolută (P) ($10^4\ N/m^2$)**	**Densitate (ρ) (kg/m^2)**	**Vâscozitate dinamică (μ) ($10^{-5}\ N\ s/m^2$)**
40000	**-22.80**	**9.684**	**0.0287**	**0.003996**	**1.601**

Sarcină aerodinamică vs. număr Mach Mod rigid cu actuator și întârziere, C1(s)

Filtru $C_1(s)$, ω_{C_1} = 30 rad/sec, α_w = 0.025 rad, referință r = 0.1, Întârziere (τ) = 0.015 sec

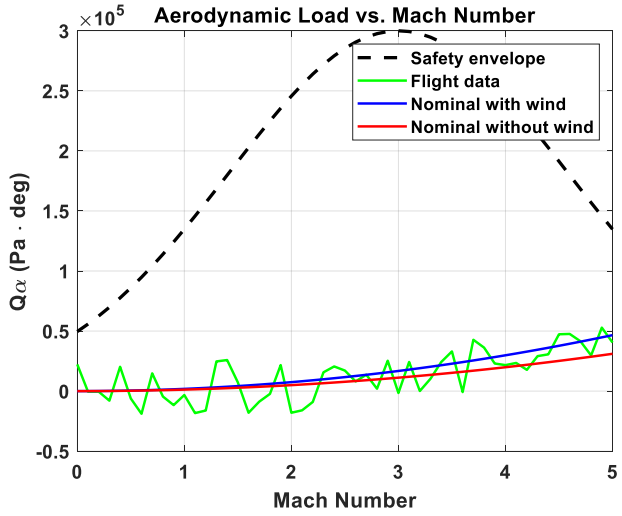


Fig. 16. Sarcina aerodinamică în funcție de numărul Mach în modul rigid cu actuator și întârziere, filter $C_1(s)$, filter $C_2(s)$, ω_{C_2} = 50 rad/s, α_w = 0.025 rad, referință r = 0,1, întârziere (τ) = 0,015

Sarcină aerodinamică vs. număr Mach cu mod flexibil, filtru C1(s)

Filtru $C_1(s)$, ω_{C_1} = 45 (rad/s), α_{wind} =0.08 rad, r-reference = 0,1, Alfa de atac (α) = 6 grade

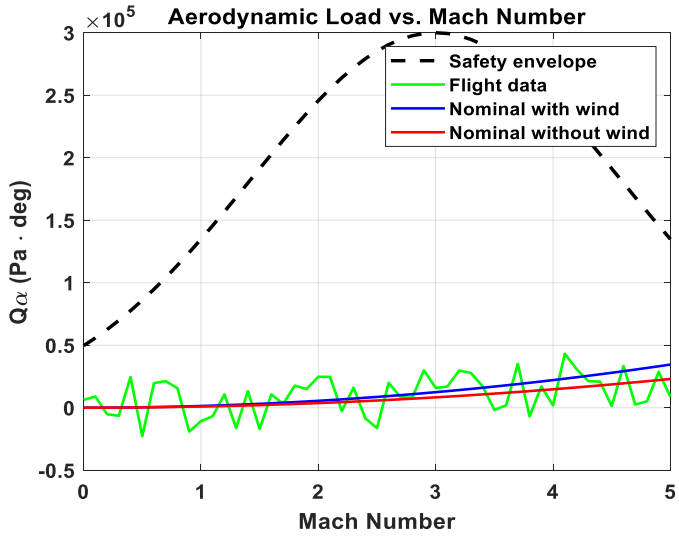


Fig. 17. Sarcina aerodinamică în funcție de numărul Mach mod flexibil, Filtru $C_1(s)$

Figura 17 prezintă sarcina aerodinamică în funcție de numărul Mach în modul flexibil, împreună cu limita superioară de siguranță, atunci când se utilizează filtrul $C_1(s)$ în configurația regulatorului adaptiv $\mathscr{L}_1$. Figura 16 prezintă rezultatele obținute la utilizarea filtrului $C_1(s)$ în modul rigid. Analiza graficelor din Figurile 17 și 16 arată că, atât în prezența vântului, cât și în absența acestuia, sarcina aerodinamică se încadrează în limitele carcasei de siguranță. Pentru a evalua dacă

performanța sistemului de control este afectată de includerea modurilor flexibile și a filtrului Butterworth (conform Figurii 18), se realizează o comparație între răspunsurile controlerului adaptiv aplicat atât pe modelul rigid, cât și pe cel flexibil al vehiculului. În acest caz, proprietățile celor două moduri sunt următoarele: pentru corpul rigid, filtrul este $C_1(s)$ cu , ω_{C_1} = 30 (rad/sec), α_w =0.025 rad, referință r = 0.1, întârziere (τ) = 0.015 secunde, iar pentru modul flexibil cu filtru Butterworth se folosește filtrul $C_1(s)$, ω_{c1} = 45 rad, unghiul vântului α_w = 0.08 rad și sarcină utilă de 300 kg. Figura 18 arată că suprasarcina și timpul de creștere rămân aproape neschimbate în ambele scenarii, confirmând eficiența strategiei de control adaptiv bazată pe modelul de referință $\mathscr{L}_1$ pentru un vehicul de lansare flexibil.

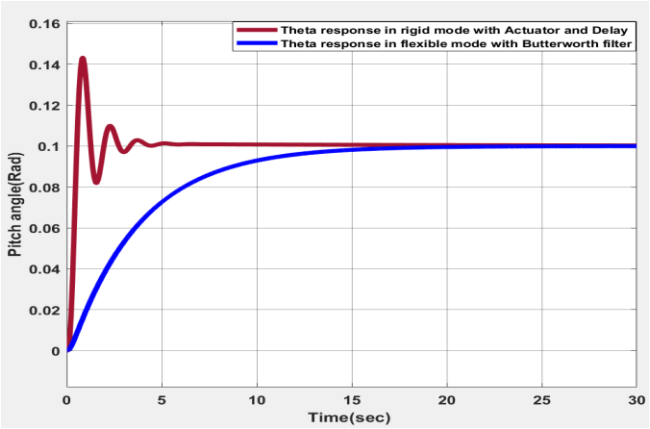


Fig . 18. Răspunsul theta cu modul rigid și flexibil cu și fără filtru Butterworth

Simulări Monte Carlo pentru tangaj, girație și ruliu

Corp rigid

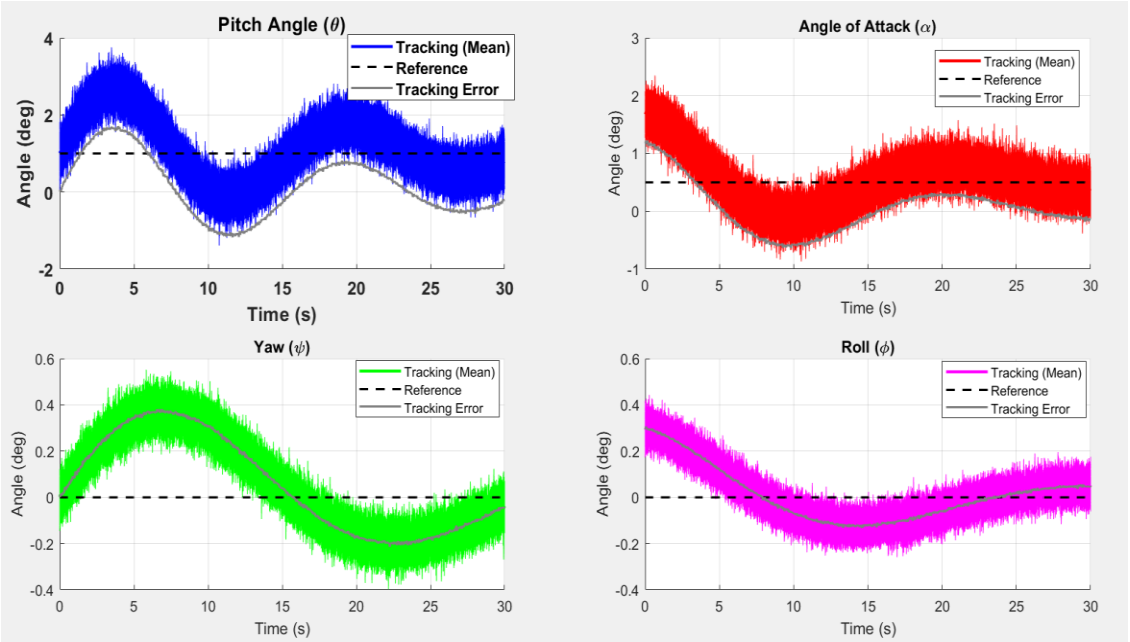


Fig. 19. Unghiul de tangaj, girație și ruliu al corpului rigid al lansatorului

Discuție

Dinamică stabilă: Toate răspunsurile prezintă oscilații amortizate, ceea ce înseamnă că sistemul de control reglează eficient abaterile și menține stabilitatea sistemului.

Incertitudine limitată: Zonele umbrite sunt înguste, ceea ce sugerează că variațiile parametrilor au un impact minim asupra performanței sistemului.

Control eficient: Unghiurile de tangaj (pitch), girație (yaw), ruliu (roll) și unghiul de atac (α) se stabilizează lin, ceea ce confirmă reglarea corespunzătoare a controlerului.

Analiza rezultatelor simulării Monte Carlo pentru corpul flexibil

Următoarele rezultate arată răspunsurile în timp pentru:

- **Tangaj (θ)**
- **Unghiul de atac (α)**
- **Girație (ψ)**
- **Ruliu (φ)**

acestea fiind obținute în condiții de dinamică flexibilă și variații statistice generate prin metoda Monte Carlo. Analiza evidențiază robustețea și eficiența controlerului $\mathscr{L}_1$ aplicat asupra vehiculului de lansare supus modurilor flexibile structurale.

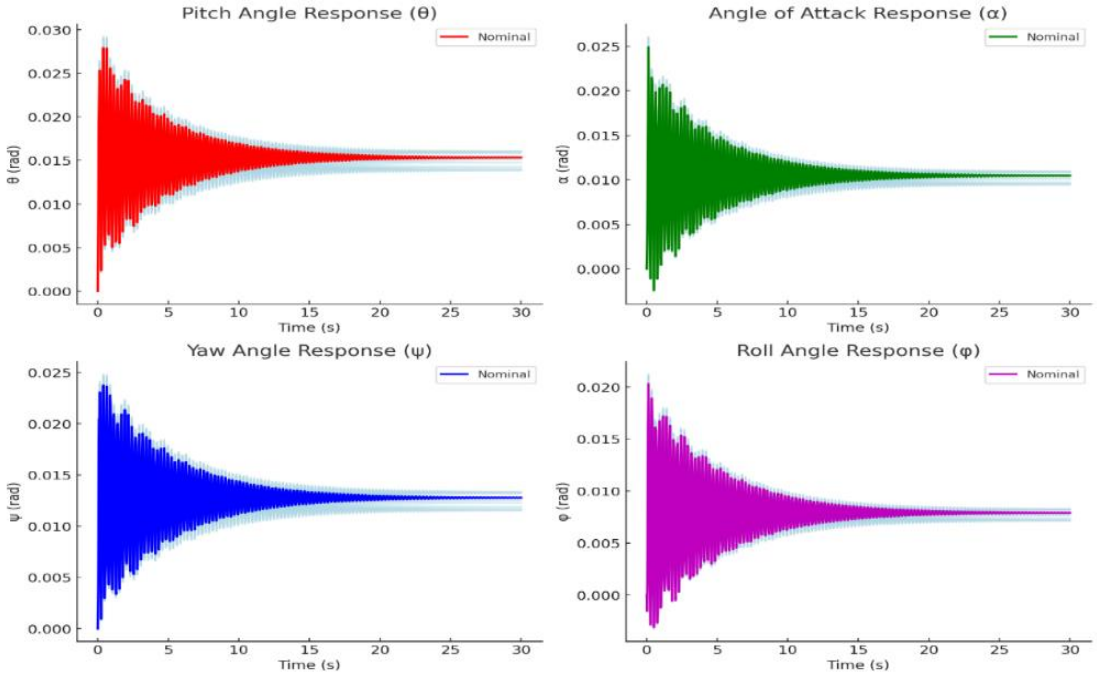
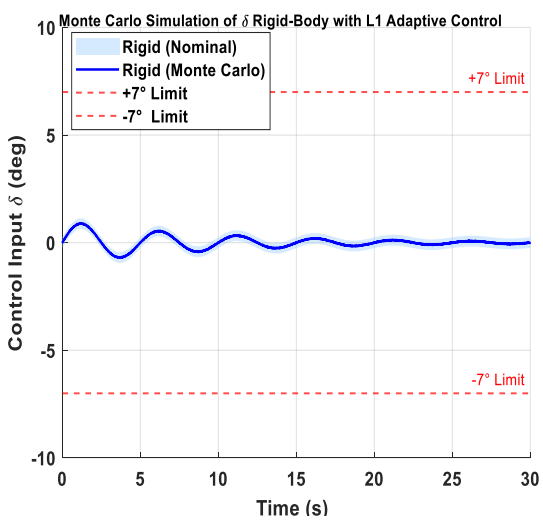


Fig. 20. Unghiul de tangaj, unghiul de atac, unghiul de girație și unghiul de ruliu la dinamică în mod flexibil

Figure 21 shows the Rigid body of the control signal behavior δ(t) for the Vega rigid body.

Comportamentul semnalului de control δ(t) pentru corpul rigid



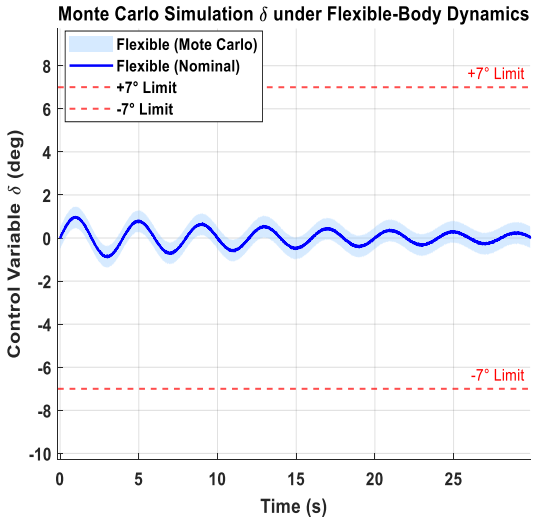


Fig. 21 Semnalul de control δ(t) pentru modelele rigide Fig. 22 Semnalul de control δ(t) pentru modelele flexible

Răspunsul pentru cazul nominal prezintă oscilații de mică amplitudine, începând de la aproximativ 2°, care se atenuează rapid în decurs de 10 secunde. Răspunsurile obținute prin simulările Monte Carlo (cu incertitudini parametrice) sunt strâns grupate, indicând un nivel ridicat de robustețe. Valorile semnalului de control δ rămân bine încadrate în limitele de ±7°, fără semne de saturație, iar efortul de control este stabil și uniform, fără comportamente bruște sau neregulate, în ciuda incertitudinii introduse prin scenariile Monte Carlo. Pe de altă parte, implicațiile asupra performanței indică o eficiență ridicată a autorității de control și o robustețe excelentă față de variațiile parametrilor în dinamica corpului rigid.

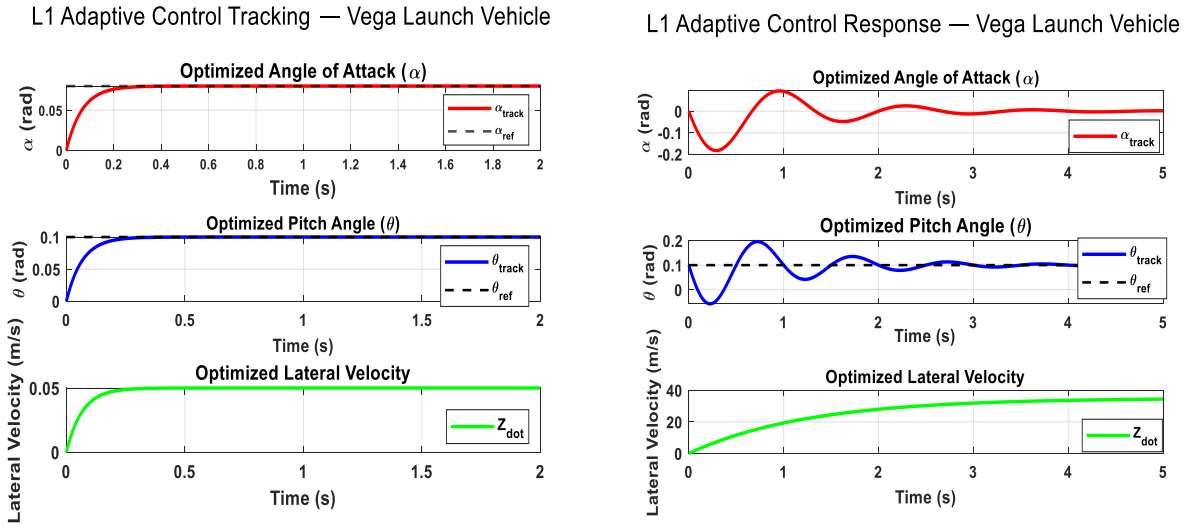
Capitolul 5

Optimizarea normei $\mathscr{L}_1$ în controlul adaptiv al vehiculelor de lansare Introducere

Formularea problemei și condiții de limitare pentru norma $\mathscr{L}_1$

Răspunsurile vehiculului de lansare Vega după optimizarea limitei de robustețe

Așa cum am menționat în introducere, optimizarea parametrilor filtrului C(s), pentru maximizarea razei de robustețe a parametrilor incerti ai dinamicii vehiculului, presupune ca norma $\mathscr{L}_1$ a expresiei $\|G(s)\|_{L_1} L$ să fie mai mică decât unu. Cu alte cuvinte, trebuie găsit un filtru stabil C(s) care minimizează $\|G(s)\|_{L_1} L$ și care are forma $C(s) = c(s+a)^{-1}b$, cu $a > 0$, și C(0) =1 satisfăcând condiția ca c să fie matricea de ieșire și α parametrul necunoscut. Transformarea inegalității neliniare în una liniară necesită mult efort, iar în lipsa toolbox-ului MATLAB adecvat, am folosit YALMIP pentru a rezolva aceste inegalități matriceale bilineare (BMI). Ecuațiile din [61] și cele de mai sus au condus la minimizarea normei $\mathscr{L}_1$ și la exprimarea relației dintre G(s), H(s), filtrul C(s) și limita de robustețe (proporționalitate inversă). Vom rula simulări numerice pentru a genera grafice (unghiul de atac α optimizat, unghiul de tăiere θ și viteza laterală ż) pentru două cazuri: vehicul rigid și vehicul flexibil. Parametri dați pentru vehicul rigide: (ω_{C_1} = 30 (rad/s), α_w = 0.025 rad, r-ref=0.1, întârziere τ = 0.015 s (vezi Figura 24a). Pentru vehiculul flexibil cu sarcină utilă de 500 kg: ω_{C_1} = 47 (rad/s), α_w=0.08 rad, r-ref=0.1 rad (vezi Figura 24b). Încărcarea aerodynamică în funcție de numărul Mach apare în Figura 26.



(a) Parametri optimizați cu model rigid (b) Parametri optimizați cu model flexibil

Figura 23a arată performanța de urmărire a Control adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru α, θ și ż pe intervalul 0–2 s, demonstrând comportament dinamic rapid pentru intrări de mică amplitudine. Unrecherea unghiului de atac α urmează aproape perfect α_ref în 0.25 s, iar unghiul de tăiere θ urmărește θ_ref=0.1 rad cu eroare aproape zero în regim staționar. Viteza laterală pornește de la 0 și se stabilizează în jurul valorii de 0.05 m/s, după cum s-a anticipat. Așadar, Control adaptiv $\mathscr{L}_1$ oferă

robustețe, stabilitate și precizie de urmărire excelente, potrivite pentru aplicații aerospatiale în timp real.

Figura 23b oferă detalii despre comportamentul dinamic sub Control adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru Vega în cazul modelelului flexibil: α prezintă oscilații sub-amortizate la început și se stabilizează în ~3 s; θ prezintă un răspuns oscilant cu amplitudine descrescătoare, convergând la referință în ~4.5 s; viteza laterală ż are o evoluție monotină, în formă de S, fără oscilații, atingând 35–40 m/s. Astfel, Control adaptiv $\mathscr{L}_1$ gestionează eficient incertitudinile modelului, întârzierile actuatorului și adaptarea structurală, menținând stabilitatea și urmărirea pe durata zborului.

Figura 24 arată că Control adaptiv $\mathscr{L}_1$ asigură încărcări aerodinamice în limitele de siguranță în condiții nominale, cu vânt și incertitudine. Controller-ul se adaptează dinamic pentru a minimiza riscul structural, menținând comenzi agresive pentru θ și α în interiorul envelopei de siguranță, ceea ce demonstrează robusteză și eficacitate pe platforma Vega.

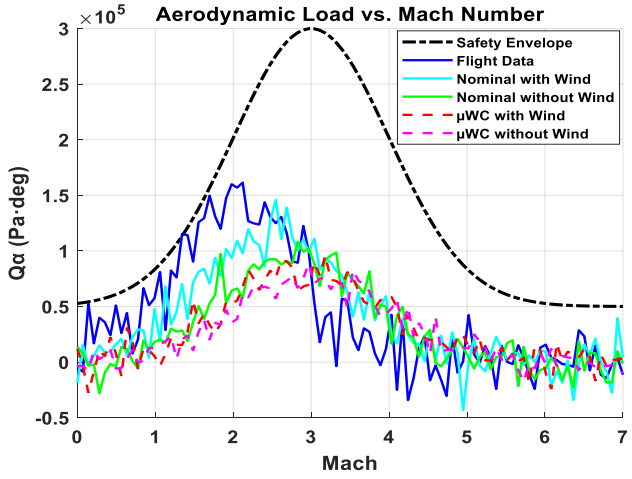


Fig. 24. Sarcina aerodinamică în funcție de numărul Mach

Capitolul 6

Concluzii

Această teză prezintă o cercetare aprofundată privind dezvoltarea și aplicarea unui sistem robust de control adaptiv $\mathscr{L}_1$ proiectat pentru vehiculul de lansare VEGA. Lucrarea abordează comportamentul complex al vehiculului de lansare, incluzând dinamica corpului rigid și flexibil, și analizează provocările menținerii stabilității, robusteței și performanței constante în condiții de variații ale forțelor aerodinamice și factorilor de mediu.

Contribuțiile cheie ale acestei teze includ:

1. **Modelarea Dinamică și Analiza Sistemului de Control:** Derivarea ecuațiilor de mișcare ale vehiculului VEGA, luând în considerare atât dinamica rigidă, cât și cea flexibilă. Identificarea modurilor flexibile dominante ce afectează stabilitatea. Analiza comparativă între controlul PD clasic și controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru menținerea stabilității și performanței.
2. **Implementarea unui Control adaptiv $\mathscr{L}_1$ Robust:** Dezvoltarea și reglarea unui controler adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru a compensa variațiile parametrilor sistemului. Demonstrând performanțe superioare față de controlerele PD tradiționale, atât în regim tranzitoriu, cât și staționar. Investigarea efectului întârzierilor temporale asupra robusteții sistemului.
3. **Efectele Modurilor Flexibile și Filtrarea Butterworth:** Evaluarea performanței controlului în prezența modurilor flexibile. Integrarea unui filtru Butterworth de ordin doi pentru atenuarea oscilațiilor induse de flexibilitatea structurală, asigurând stabilitatea fără a compromite performanța. Validarea prin simulări confirmă eficiența controlului adaptiv în fața incertitudinilor și perturbațiilor.
4. **Încărcătura Aerodinamică și Limite de Siguranță:** Analiza sarcinilor aerodinamice în condiții normale și extreme, confirmând că valorile rămân în limitele de siguranță. Compararea performanței sistemului cu și fără influența vântului.
5. **Optimizarea Normei $\mathscr{L}_1$ și Creșterea Robusteții:** Aplicarea tehnicilor de minimizare a normei $\mathscr{L}_1$ folosind YALMIP în MATLAB. S-a demonstrat că reducerea normei $\mathscr{L}_1$ crește robustețea și reduce sensibilitatea la incertitudini. Validare numerică a condițiilor de robustețe, confirmând că valorile normei $\mathscr{L}_1$ respectă constrângerile de stabilitate.

Capitolul 2 a detaliat ecuațiile mișcării complexe ale vehiculului de lansare, începând cu dinamica corpului rigid și continuând cu modelarea modurilor flexibile, considerate dominante conform literaturii de specialitate. S-au stabilit valorile parametrilor corespunzători punctului de presiune dinamică maximă, pentru proiectarea sistemelor automate de control. De asemenea, s-au comparat legile de control PD cu performanța controlerului adaptiv $\mathscr{L}_1$. Robustețea s-a evaluat și prin determinarea marginii de întârziere temporală, care indică stabilitatea sistemului.

Capitolul 3 a demonstrat că, deși un controler PD asigură stabilitate și urmărirea unghiului θ, nu poate satisface toate cerințele, precum menținerea unui unghi de atac redus ($\alpha < 3°$). Introducerea de feedback suplimentar în modelul rigid complet permite controlul derivei sau vitezei de derivă.

Capitolul 4 a abordat importanța considerării modurilor flexibile, întrucât ignorarea acestora poate conduce la instabilitate. Simulările cu primele trei moduri de încovoiere au arătat o performanță superioară a controlerului Control adaptiv $\mathscr{L}_1$. Un filtru Butterworth de ordin doi a fost integrat pentru restabilirea stabilității. Rezultatele indică faptul că acest filtru, în combinație cu controlul $\mathscr{L}_1$, oferă răspuns rapid și urmărire precisă, menținând încărcăturile aerodinamice în limitele de siguranță. O comparație între dinamica corpului rigid și flexibil (vezi Figura 18) a demonstrat diferențe minore în depășire și timp de răspuns, validând algoritmul de control adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru lansatoare flexibile.

Capitolul 5 a aplicat minimizarea normei $\mathscr{L}_1$ în procesul de control adaptiv, folosind YALMIP MATLAB, conform rezultatelor din apendicele C2 al cărții Naira [61]. În lucrarea [85], s-a arătat că norma $\mathscr{L}_1$ a expresiei $\|G(s)\|_{L_1} L = \|H(s)(1 - C(s))\|_{\mathcal{L}_1} L < 1$. Din simulări , norma este 0.95 < 1. O alternativă numerică poate fi explorată pentru a evita rezultate prea conservatoare. Optimizarea normei $\mathscr{L}_1$ a asigurat convergență rapidă și robustețe față de incertitudini. În figura 23a, unghiul de atac (α) se stabilizează rapid (~0.08 rad) în cazul corpului rigid și converge spre zero în cazul flexibil. Unghiul de tangaj (θ) ajunge aproape de referință fără eroare staționară în cazul rigid și cu oscilații amortizate în cel flexibil. Viteza laterală se stabilizează în jur de 0.05 m/s (rigid) și ~40 m/s (flexibil). Figura 23b confirmă că toate încărcările aerodinamice se încadrează în limitele de siguranță.

Rezultate finale:

Această lucrare demonstrează că controlul adaptiv $\mathscr{L}_1$ este o soluție eficientă pentru controlul atitudinii vehiculului VEGA în faza atmosferică a zborului. Controlerul reușește să atenueze efectele flexibilității structurale, menține stabilitatea în prezența perturbațiilor aerodinamice și oferă performanță robustă în condiții de zbor variabile.

Prin urmare, controlul Control adaptiv $\mathscr{L}_1$ oferă robustețe excelentă, stabilitate și precizie de urmărire pentru lansatorul Vega. Asigură atingerea valorilor țintă pentru α, θ și ż în ciuda întârzierilor și incertitudinilor (vezi figura 23a).

Controlerul $\mathscr{L}_1$ gestionează eficient incertitudinile de model și întârzierile actuatorilor, se adaptează în timp real la flexibilitatea structurală și menține stabilitatea și urmărirea comenzilor în condiții dinamice și neliniare (vezi figura 23b).

Controlul $\mathscr{L}_1$ garantează siguranța încărcăturilor aerodinamice în condiții nominale, cu vânt și incerte. Controlerul se adaptează dinamic pentru a reduce riscul structural în timp ce urmărește comenzi agresive de tangaj/α. Toate curbele de răspuns rămân în cadrul Envelopelor de Siguranță, demonstrând robustețea și eficiența controlului $\mathscr{L}_1$ pe platforma Vega (vezi figura 24).

Cercetări viitoare pot extinde cadrul controlului adaptiv $\mathscr{L}_1$ pentru a include perturbații mai complexe, implementare în timp real și integrarea cu tehnici avansate de filtrare pentru o robustețe îmbunătățită